Series EF1GH/5

SET~2

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/5/2**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित
MATHEMATICS

*निर्धारित समय : **3** घण्टे* — *अधिकतम अंक : **80***

*Time allowed : **3** hours* — *Maximum Marks : **80***

नोट / NOTE :

(i) *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं ।*
*Please check that this question paper contains **23** printed pages.*

(ii) *प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।*
Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.

(iii) *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।*
*Please check that this question paper contains **38** questions.*

(iv) ***कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।***
Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.

(v) *इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।*
15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में कुल 38 प्रश्न हैं ।* ***सभी*** *प्रश्न अनिवार्य हैं ।*

(ii) *प्रश्न-पत्र* ***पाँच*** *खण्डों में विभाजित है – खण्ड-***क, ख, ग, घ*** *तथा* ***ङ*** *।*

(iii) *खण्ड –* ***क*** *में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित* ***एक-एक*** *अंक के प्रश्न हैं ।*

(iv) *खण्ड –* ***ख*** *में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु उत्तरीय प्रकार के* ***दो-दो*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(v) *खण्ड –* ***ग*** *में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु उत्तरीय प्रकार के* ***तीन-तीन*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vi) *खण्ड –* ***घ*** *में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ उत्तरीय प्रकार के* ***पाँच-पाँच*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vii) *खण्ड –* ***ङ*** *में प्रश्न संख्या 36 से 38 प्रकरण अध्ययन आधारित* ***चार-चार*** *अंकों के प्रश्न हैं । प्रत्येक में* ***एक-एक*** *अंक के* ***दो*** *प्रश्न तथा* ***दो*** *अंक का* ***एक*** *प्रश्न है । आंतरिक विकल्प 2 अंकों के प्रश्न में दिया गया है ।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड –* ***ख*** *के 2 प्रश्नों में, खण्ड –* ***ग*** *के 3 प्रश्नों में, खण्ड –* ***घ*** *के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड-***ङ*** *के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है ।*

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and follow them :

(i) *This question paper contains* ***38*** *questions.* ***All*** *questions are compulsory.*

(ii) *Question paper is divided into* ***FIVE*** *Sections – Section* ***A, B, C, D*** *and* ***E****.*

(iii) *In* **Section A** *– Question Number* ***1*** *to* ***18*** *are Multiple Choice Questions (MCQ) type and Question Number* ***19*** *&* ***20*** *are Assertion-Reason based questions of* ***1*** *mark each.*

(iv) *In* **Section B** *– Question Number* ***21*** *to* ***25*** *are Very Short Answer (VSA) type questions of* ***2*** *marks each.*

(v) *In* **Section C** *– Question Number* ***26*** *to* ***31*** *are Short Answer (SA) type questions, carrying* ***3*** *marks each.*

(vi) *In* **Section D** *– Question Number* ***32*** *to* ***35*** *are Long Answer (LA) type questions carrying* ***5*** *marks each.*

(vii) *In* **Section E** *– Question Number* ***36*** *to* ***38*** *are case study based questions carrying 4 marks each where* ***2 VSA*** *type questions are of* ***1*** *mark each and* ***1*** *SA type question is of* ***2*** *marks. Internal choice is provided in* ***2*** *marks question in each case-study.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in* ***2*** *questions in Section –* ***B****,* ***3*** *questions in Section –* ***C****, 2 questions in Section –* ***D*** *and* ***2*** *questions in Section –* ***E****.*

(ix) *Use of calculators is* ***NOT*** *allowed.*

खण्ड – क

(बहुविकल्पीय प्रश्न)

प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है ।

दिए गए चार विकल्पों में से सही विकल्प का चयन कीजिए :

1. $\sin\left[\frac{\pi}{3}+\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right]$ का मान है :

   (a) 1 (b) $\frac{1}{2}$

   (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$

2. माना A = {3, 5} है, तो A में स्वतुल्य संबंधों की संख्या है :

   (a) 2 (b) 4

   (c) 0 (d) 8

3. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $A = B^2$ है, तो x बराबर है :

   (a) ± 1 (b) –1

   (c) 1 (d) 2

4. यदि $A = [a_{ij}]$ कोटि 2 का एक वर्ग आव्यूह है तथा $a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{जब } i \neq j \\ 0, & \text{जब } i = j \end{cases}$ है, तो A^2 बराबर है :

   (a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

   (c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

5. सारणिक $\begin{vmatrix} 6 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ का मान है :

   (a) 10 (b) 8

   (c) 7 (d) –7

SECTION – A

(Multiple Choice Questions)

Each question carries **1** mark.

Select the correct option out of the four given options :

1. $\sin\left[\frac{\pi}{3}+\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right]$ is equal to

(a) 1 (b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$

2. Let A = {3, 5}. Then number of reflexive relations on A is

(a) 2 (b) 4

(c) 0 (d) 8

3. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ and $A = B^2$, then x equals

(a) ± 1 (b) –1

(c) 1 (d) 2

4. If $A = [a_{ij}]$ is a square matrix of order 2 such that $a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{when } i \neq j \\ 0, & \text{when } i = j \end{cases}$, then A^2 is

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

5. The value of the determinant $\begin{vmatrix} 6 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ is

(a) 10 (b) 8

(c) 7 (d) –7

6. फलन $f(x) = [x]$, जहाँ $[x]$ महत्तम पूर्णांक जो कि x से छोटा या x के समान है, संतत है :

(a) $x = 1$ पर
(b) $x = 1.5$ पर
(c) $x = -2$ पर
(d) $x = 4$ पर

7. x^{2x} का x के सापेक्ष अवकलज है :

(a) x^{2x-1}
(b) $2x^{2x} \log x$
(c) $2x^{2x}(1 + \log x)$
(d) $2x^{2x}(1 - \log x)$

8. फलन $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x - 1$ जिस अंतराल में ह्रासमान है, वह है :

(a) $(-1, \infty)$
(b) $(-2, -1)$
(c) $(-\infty, -2)$
(d) $[-1, 1]$

9. फलन $f(x) = x \mid x \mid, x \in R$ अवकलनीय है :

(a) केवल $x = 0$ पर
(b) केवल $x = 1$ पर
(c) R में
(d) $R - \{0\}$ में

10. $\int \frac{\sec x}{\sec x - \tan x} \, dx$ बराबर है :

(a) $\sec x - \tan x + c$
(b) $\sec x + \tan x + c$
(c) $\tan x - \sec x + c$
(d) $-(\sec x + \tan x) + c$

11. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin 2x) \, dx$ का मान है :

(a) 0
(b) 1
(c) $\frac{1}{2}$
(d) $-\frac{1}{2}$

6. The function $f(x) = [x]$, where $[x]$ denotes the greatest integer less than or equal to x, is continuous at

(a) $x = 1$ (b) $x = 1.5$

(c) $x = -2$ (d) $x = 4$

7. The derivative of x^{2x} w.r.t. x is

(a) x^{2x-1} (b) $2x^{2x} \log x$

(c) $2x^{2x}(1 + \log x)$ (d) $2x^{2x}(1 - \log x)$

8. The interval in which the function $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x - 1$ is decreasing, is

(a) $(-1, \infty)$ (b) $(-2, -1)$

(c) $(-\infty, -2)$ (d) $[-1, 1]$

9. The function $f(x) = x \mid x \mid, x \in R$ is differentiable

(a) only at $x = 0$ (b) only at $x = 1$

(c) in R (d) in $R - \{0\}$

10. $\int \frac{\sec x}{\sec x - \tan x} \, dx$ equals

(a) $\sec x - \tan x + c$ (b) $\sec x + \tan x + c$

(c) $\tan x - \sec x + c$ (d) $-(\sec x + \tan x) + c$

11. The value of $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin 2x) \, dx$ is

(a) 0 (b) 1

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$

12. अवकल समीकरण $\frac{d}{dx}\left(\left(\frac{dy}{dx}\right)^3\right)$ की कोटि और घात का योगफल है :

(a) 2　　(b) 3

(c) 5　　(d) 0

13. दो सदिश $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$ सरेख हैं, यदि

(a) $a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$　　(b) $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$

(c) $a_1 = b_1, a_2 = b_2, a_3 = b_3$　　(d) $a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3$

14. एक मात्रक सदिश $\hat{a}$, निर्देशांक अक्षों के साथ समान किन्तु न्यून कोण बनाता है । सदिश $\hat{a}$ का सदिश $\vec{b} = 5\hat{i} + 7\hat{j} - \hat{k}$ पर प्रक्षेप है :

(a) $\frac{11}{15}$　　(b) $\frac{11}{5\sqrt{3}}$

(c) $\frac{4}{5}$　　(d) $\frac{3}{5\sqrt{3}}$

15. रेखाओं $2x = 3y = -z$ तथा $6x = -y = -4z$ के बीच का कोण है :

(a) 0°　　(b) 30°

(c) 45°　　(d) 90°

16. यदि कोई रेखा x, y तथा z-अक्ष से क्रमशः 90°, 135° तथा 45° के कोण बनाती है, तो इसके दिक् कोसाइन हैं :

(a) $0, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$　　(b) $-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}$　　(d) $0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$

17. किन्हीं दो घटनाओं A तथा B के लिए यदि $P(A) = \frac{4}{5}$ तथा $P(A \cap B) = \frac{7}{10}$ है, तो P(B/A) बराबर है :

(a) $\frac{1}{10}$　　(b) $\frac{1}{8}$

(c) $\frac{7}{8}$　　(d) $\frac{17}{20}$

12. The sum of the order and the degree of the differential equation $\frac{d}{dx}\left(\left(\frac{dy}{dx}\right)^3\right)$ is

(a) 2 (b) 3

(c) 5 (d) 0

13. Two vectors $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$ and $\vec{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$ are collinear if

(a) $a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$ (b) $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$

(c) $a_1 = b_1, a_2 = b_2, a_3 = b_3$ (d) $a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3$

14. A unit vector $\hat{a}$ makes equal but acute angles on the co-ordinate axes. The projection of the vector $\hat{a}$ on the vector $\vec{b} = 5\hat{i} + 7\hat{j} - \hat{k}$ is

(a) $\frac{11}{15}$ (b) $\frac{11}{5\sqrt{3}}$

(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{3}{5\sqrt{3}}$

15. The angle between the lines $2x = 3y = -z$ and $6x = -y = -4z$ is

(a) 0° (b) 30°

(c) 45° (d) 90°

16. If a line makes angles of 90°, 135° and 45° with the x, y and z axes respectively, then its direction cosines are

(a) $0, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$

17. If for any two events A and B, $P(A) = \frac{4}{5}$ and $P(A \cap B) = \frac{7}{10}$, then P(B/A) is equal to

(a) $\frac{1}{10}$ (b) $\frac{1}{8}$

(c) $\frac{7}{8}$ (d) $\frac{17}{20}$

18. यदि A तथा B दो ऐसी स्वतंत्र घटनाएँ हैं जिनके लिए $P(A) = \frac{1}{3}$ तथा $P(B) = \frac{1}{4}$ है, तो $P(B'/A)$ बराबर है :

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{8}$

(c) $\frac{3}{4}$ (d) 1

अभिकथन – तर्क आधारित प्रश्न

निम्नलिखित प्रश्न **19** व **20** में एक अभिकथन (A) के बाद एक तर्क कथन (R) दिया गया है । निम्न विकल्पों में से सही उत्तर चुनिए :

(a) (A) तथा (R) दोनों सत्य हैं और (R), कथन (A) की पूरी व्याख्या करता है ।

(b) (A) तथा (R) दोनों सत्य हैं, परंतु (R), कथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है ।

(c) (A) सत्य है और (R) सत्य नहीं है ।

(d) (A) असत्य है, जबकि (R) सत्य है ।

19. **अभिकथन (A) :** $\int_2^8 \frac{\sqrt{10-x}}{\sqrt{x}+\sqrt{10-x}}\, dx = 3$ है ।

तर्क (R) : $\int_a^b f(x)\, dx = \int_a^b f(a+b-x)\, dx$

20. **अभिकथन (A) :** दो सिक्के एक साथ उछाले गए । यदि यह ज्ञात है कि कम से कम एक चित आया है, तो दोनों चितों के आने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है ।

तर्क (R) : माना E तथा F, एक यादृच्छिक प्रयोग की दो घटनाएँ हैं, तो $P(F/E) = \frac{P(E \cap F)}{P(E)}$.

18. If A and B are two independent events such that $P(A) = \frac{1}{3}$ and $P(B) = \frac{1}{4}$, then $P(B'/A)$ is

(a) $\frac{1}{4}$
(b) $\frac{1}{8}$
(c) $\frac{3}{4}$
(d) 1

Assertion – Reason Based Questions

In the following questions **19** and **20**, a statement of Assertion (A) is followed by a statement of Reason (R). Choose the correct answer out of the following choices :

(a) Both (A) and (R) are true and (R) is the correct explanation of (A).
(b) Both (A) and (R) are true, but (R) is not the correct explanation of (A).
(c) (A) is true and (R) is false.
(d) (A) is false, but (R) is true.

19. **Assertion (A) :** $\int_{2}^{8} \frac{\sqrt{10-x}}{\sqrt{x}+\sqrt{10-x}}\, dx = 3$

Reason (R) : $\int_{a}^{b} f(x)\, dx = \int_{a}^{b} f(a+b-x)\, dx$

20. **Assertion (A) :** Two coins are tossed simultaneously. The probability of getting two heads, if it is known that at least one head comes up, is $\frac{1}{3}$.

Reason (R) : Let E and F be two events with a random experiment, then $P(F/E) = \frac{P(E \cap F)}{P(E)}$.

खण्ड – ख

इस खण्ड में अति लघु उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं ।

21. फलन $f(x) = \cos^{-1} x$ की मुख्य शाखा का आलेख खींचिए ।

22. (a) यदि सदिश $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ ऐसे हैं कि $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = \frac{2}{3}$ तथा $\vec{a} \times \vec{b}$ एक मात्रक सदिश है, तो $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) उस समांतरचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ सदिशों $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$ द्वारा निर्धारित हैं ।

23. (a) यदि $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{यदि } x \geq 1 \\ x, & \text{यदि } x < 1 \end{cases}$ है, तो दर्शाइए कि $x = 1$ पर f अवकलनीय नहीं है ।

अथवा

(b) यदि फलन $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin^2 \lambda x}{x^2}, & \text{यदि } x \neq 0 \\ 1, & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$ $x = 0$ पर संतत है, तो 'λ' के मान ज्ञात कीजिए ।

24. रेखाओं $2x + y = 8$, $y = 2$, $y = 4$ तथा y-अक्ष द्वारा घिरे क्षेत्र को आलेखित कीजिए । अतः समाकलन के प्रयोग से इस क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

25. निम्न दो रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए :

$$\vec{r} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k});$$

$$\vec{r} = 7\hat{i} - 6\hat{k} + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$$

SECTION – B

This section comprises of Very Short Answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. Draw the graph of the principal branch of the function $f(x) = \cos^{-1} x$.

22. (a) If the vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are such that $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = \frac{2}{3}$ and $\vec{a} \times \vec{b}$ is a unit vector, then find the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$.

OR

(b) Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are determined by the vectors $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$.

23. (a) If $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{if } x \geq 1 \\ x, & \text{if } x < 1 \end{cases}$, then show that f is not differentiable at $x = 1$.

OR

(b) Find the value(s) of 'λ', if the function

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin^2 \lambda x}{x^2}, & \text{if } x \neq 0 \\ 1, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$ is continuous at $x = 0$.

24. Sketch the region bounded by the lines $2x + y = 8$, $y = 2$, $y = 4$ and the y-axis. Hence, obtain its area using integration.

25. Find the angle between the following two lines :

$$\vec{r} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k});$$

$$\vec{r} = 7\hat{i} - 6\hat{k} + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$$

खण्ड – ग

इस खण्ड में लघु उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. सारणिकों के प्रयोग से, ΔPQR का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जबकि शीर्ष P(3, 1), Q(9, 3) तथा R(5, 7) हैं। रेखा PQ का, सारणिकों के प्रयोग से, समीकरण भी ज्ञात कीजिए।

27. (a) $\sec^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)$ का $\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$ के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

अथवा

(b) यदि $y = \tan x + \sec x$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\cos x}{(1-\sin x)^2}$

28. (a) मान ज्ञात कीजिए : $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{1+\cos 2x}\, dx$

अथवा

(b) ज्ञात कीजिए : $\int e^{x^2}(x^5 + 2x^3)\, dx$

29. समाकलन के प्रयोग से रेखा $x = 1$ द्वारा वृत्त $x^2 + y^2 = 4$ पर काटे गए लघु वृत्त खण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

30. निम्न रेखाओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए :

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k});$$

$$\vec{r} = (3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}) + \mu(4\hat{i} + 6\hat{j} + 12\hat{k})$$

SECTION – C

This section comprises of Short Answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. Using determinants, find the area of ΔPQR with vertices P(3, 1), Q(9, 3) and R(5, 7). Also, find the equation of line PQ using determinants.

27. (a) Differentiate $\sec^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)$ w.r.t. $\sin^{-1}\left(2x\sqrt{1-x^2}\right)$.

OR

(b) If $y = \tan x + \sec x$, then prove that $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\cos x}{(1-\sin x)^2}$.

28. (a) Evaluate : $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{1+\cos 2x}\, dx$

OR

(b) Find : $\int e^{x^2}(x^5 + 2x^3)\, dx$

29. Find the area of the minor segment of the circle $x^2 + y^2 = 4$ cut off by the line $x = 1$, using integration.

30. Find the distance between the lines :

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k});$$

$$\vec{r} = (3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}) + \mu(4\hat{i} + 6\hat{j} + 12\hat{k})$$

31. (a) बिंदु P(0, 2, 3) से रेखा $\frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{3}$ पर खींचे गए लंब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) तीन सदिश $\vec{a}$, $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ इस प्रकार हैं कि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ है । राशि $\mu = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ का मान ज्ञात कीजिए, यदि $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ तथा $|\vec{c}| = 2$ है ।

खण्ड – घ

इस खण्ड में दीर्घ उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं ।

32. मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi} \frac{x}{1+\sin x} \, dx$

33. (a) एक समबाहु त्रिभुज की माध्यिका $2\sqrt{3}$ cm/s की दर से बढ़ रही है । इसकी भुजा के बढ़ने की दर ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) दो संख्याओं का योग 5 है । यदि इन संख्याओं के घनों का योगफल न्यूनतम हो, तो इनके वर्गों का योगफल ज्ञात कीजिए ।

34. (a) एक बहुविकल्पी प्रश्न का उत्तर देने में एक विद्यार्थी या तो प्रश्न का उत्तर जानता है या वह अनुमान लगाता है । मान लें कि उसके उत्तर जानने की प्रायिकता $\frac{3}{5}$ है और अनुमान लगाने की प्रायिकता $\frac{2}{5}$ है । मान लें कि छात्र के प्रश्न के उत्तर का अनुमान लगाने पर सही उत्तर देने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है, तो क्या प्रायिकता है कि कोई छात्र प्रश्न का उत्तर जानता है, दिया है कि उसने सही उत्तर दिया है ?

अथवा

(b) एक बक्से में 10 टिकटें हैं, जिनमें 2 पर ₹ 8 प्रति टिकट का इनाम है, 5 पर ₹ 4 प्रति टिकट का इनाम है तथा शेष 3 पर ₹ 2 प्रति टिकट का इनाम है । यदि एक टिकट यादृच्छया निकाला गया तो इनाम की राशि का माध्य ज्ञात कीजिए ।

31. (a) Find the coordinates of the foot of the perpendicular drawn from the point P(0, 2, 3) to the line $\frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{3}$.

OR

(b) Three vectors $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ satisfy the condition $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$. Evaluate the quantity $\mu = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$, if $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ and $|\vec{c}| = 2$.

SECTION – D

This section comprises of Long Answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. Evaluate : $\int_0^{\pi} \frac{x}{1+\sin x}\,dx$

33. (a) The median of an equilateral triangle is increasing at the rate of $2\sqrt{3}$ cm/s. Find the rate at which its side is increasing.

OR

(b) Sum of two numbers is 5. If the sum of the cubes of these numbers is least, then find the sum of the squares of these numbers.

34. (a) In answering a question on a multiple choice test, a student either knows the answer or guesses. Let $\frac{3}{5}$ be the probability that he knows the answer and $\frac{2}{5}$ be the probability that he guesses. Assuming that a student who guesses at the answer will be correct with probability $\frac{1}{3}$. What is the probability that the student knows the answer, given that he answered it correctly ?

OR

(b) A box contains 10 tickets, 2 of which carry a prize of ₹ 8 each, 5 of which carry a prize of ₹ 4 each, and remaining 3 carry a prize of ₹ 2 each. If one ticket is drawn at random, find the mean value of the prize.

35. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख द्वारा हल कीजिए :

व्यवरोधों : $3x + 2y \leq 9$,

$3x + y \leq 9$,

$x \geq 0$, $y \geq 0$ के अंतर्गत

$P = 70x + 40y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए ।

खण्ड – ङ

इस खण्ड में 3 प्रकरण/परिच्छेद आधारित प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं । प्रथम दो प्रकरण अध्ययन प्रश्नों में क्रमशः 1, 1, 2 अंकों के तीन उप–भाग (I), (II), (III) हैं । तीसरे प्रकरण अध्ययन प्रश्न में प्रत्येक 2 अंकों के दो उप–भाग हैं ।

प्रकरण अध्ययन-I

36. गौतम 5 पैन, 3 बैग तथा 1 उपकरण बॉक्स ₹ 160 में खरीदता है । उसी दुकान से विक्रम 2 पैन, 1 बैग तथा 3 उपकरण बॉक्स ₹ 190 में खरीदता है । अंकुर भी वहीं से 1 पैन, 2 बैग तथा 4 उपकरण बॉक्स ₹ 250 में खरीदता है ।

उपरोक्त सूचनाओं के आधार पर निम्न के उत्तर दीजिए :

(I) उपरोक्त सूचनाओं से AX = B के रूप की एक आव्यूह समीकरण लिखो ।

(II) $|A|$ ज्ञात कीजिए ।

(III) A^{-1} ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(III) $P = A^2 - 5A$ ज्ञात कीजिए ।

35. Solve the following Linear Programming Problem graphically :

Maximize : $P = 70x + 40y$

subject to : $3x + 2y \leq 9$,

$3x + y \leq 9$,

$x \geq 0, y \geq 0$

SECTION – E

This section comprises of 3 case study/passage-based questions of 4 marks each with two sub-parts. First two case study questions have three sub – parts (I), (II), (III) of marks 1, 1, 2 respectively. The third case study question has two sub – parts (I) and (II) of marks 2 each.

Case Study-I

36. Gautam buys 5 pens, 3 bags and 1 instrument box and pays a sum of ₹ 160. From the same shop, Vikram buys 2 pens, 1 bag and 3 instrument boxes and pays a sum of ₹ 190. Also Ankur buys 1 pen, 2 bags and 4 instrument boxes and pays a sum of ₹ 250.

Based on the above information, answer the following questions :

(I) Convert the given above situation into a matrix equation of the form AX = B.

(II) Find $|A|$.

(III) Find A^{-1}.

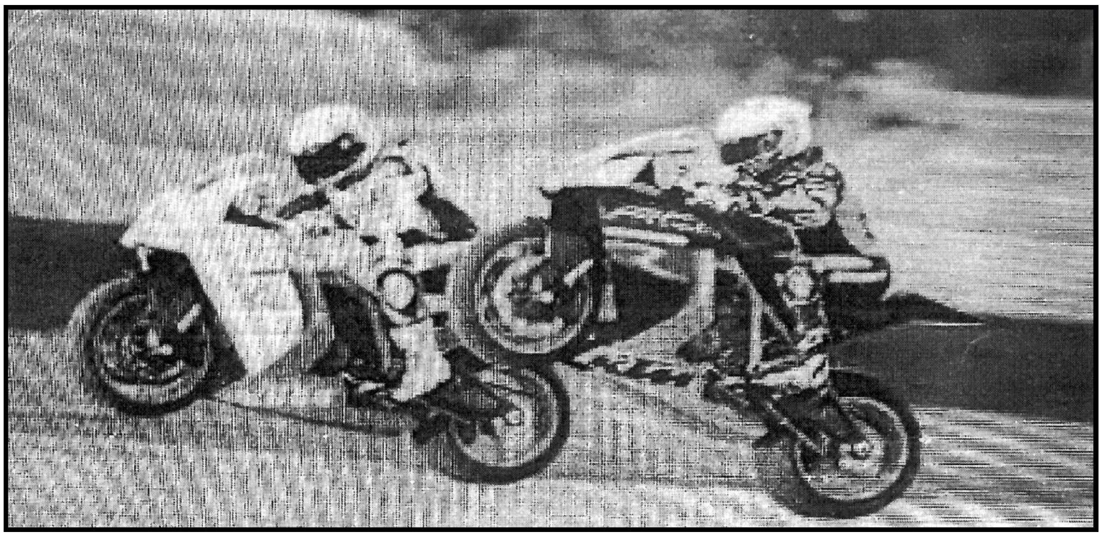
OR

(III) Determine $P = A^2 - 5A$.

प्रकरण अध्ययन-II

37. एक संस्था ने दो वर्गों–छात्र व छात्राओं के लिए बाईक दौड़ का आयोजन किया । कुल 28 भाग लेने वाले थे । अन्त में वर्ग 1 में से तीन तथा वर्ग 2 में दो को अंतिम दौड़ के लिए चुना गया । रवि ने अपने कॉलेज प्रोजेक्ट के लिए इन प्रतिभागियों से दो समुच्चय B और G बनाए ।

माना $B = \{b_1, b_2, b_3\}$ तथा $G = \{g_1, g_2\}$, जहाँ B अन्तिम दौड़ के लिए चुने गए छात्रों तथा G चुनी गई छात्राओं को निरूपित करते हैं



उपरोक्त के आधार पर निम्न के उत्तर दीजिए :

(I) B से G में कितने संबंध सम्भव हैं ?

(II) B से G के सभी संभव संबंधों में कितने B से G के फलन हैं ?

(III) माना $R : B \to B$, $R = \{(x, y) : x$ तथा y एक ही लिंग के हैं$\}$ द्वारा परिभाषित है । जाँच कीजिए कि क्या R एक तुल्यता संबंध है ।

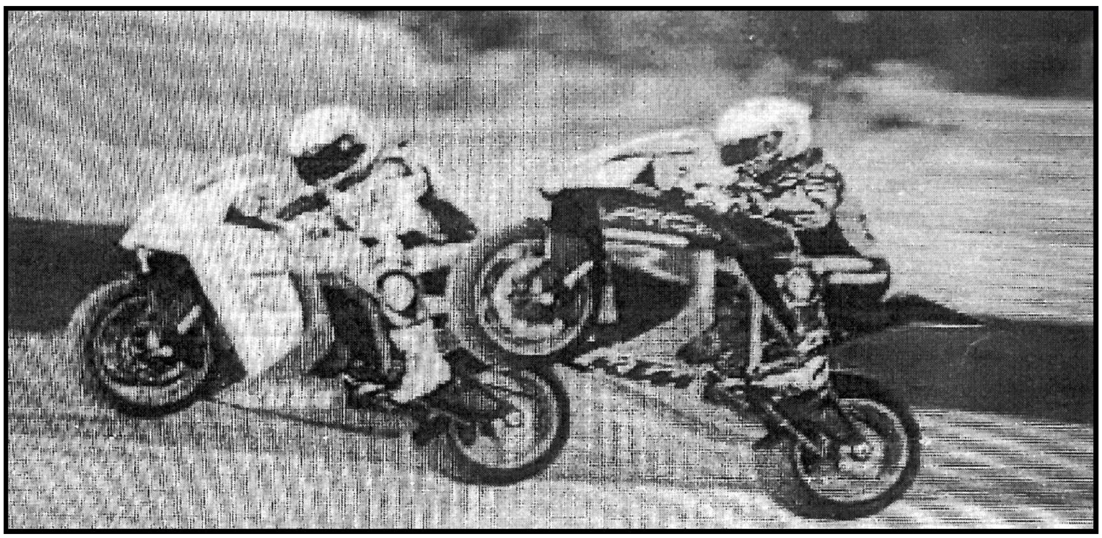
अथवा

(III) यदि फलन $f : B \to G$, $f = \{(b_1, g_1), (b_2, g_2), (b_3, g_1)\}$ द्वारा परिभाषित है तो जाँच कीजिए कि क्या f एकैकी तथा आच्छादक है । अपने उत्तर का औचित्य दीजिए ।

Case Study-II

37. An organization conducted bike race under two different categories – Boys and Girls. There were 28 participants in all. Among all of them, finally three from category 1 and two from category 2 were selected for the final race. Ravi forms two sets B and G with these participants for his college project.

Let $B = \{b_1, b_2, b_3\}$ and $G = \{g_1, g_2\}$, where B represents the set of Boys selected and G the set of Girls selected for the final race.



Based on the above information, answer the following questions :

(I) How many relations are possible from B to G ?

(II) Among all the possible relations from B to G, how many functions can be formed from B to G ?

(III) Let $R : B \rightarrow B$ be defined by $R = \{(x, y) : x$ and y are students of the same sex$\}$. Check if R is an equivalence relation.

OR

(III) A function $f : B \rightarrow G$ be defined by $f = \{(b_1, g_1), (b_2, g_2), (b_3, g_1)\}$.

Check if f is bijective. Justify your answer.

प्रकरण अध्ययन-III

38. एक ऐसा समीकरण जिसमें स्वतंत्र चरों के सापेक्ष आश्रित चर के अवकलज सम्मिलित हों, अवकलज समीकरण कहलाता है । $\frac{dy}{dx} = F(x, y)$ के रूप वाला अवकल समीकरण समघातीय कहलाता है यदि $F(x, y)$ शून्य घात वाला समघातीय फलन है, जहाँ फलन $F(x, y)$, n घात वाला समघातीय फलन कहलाता है यदि $F(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n F(x, y)$ । एक समघातीय अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = F(x, y) = g\left(\frac{y}{x}\right)$ को हल करने के लिए हम $y = vx$ प्रतिस्थापित करते हैं तथा चरों को अलग – अलग करते हैं ।

उपरोक्त के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(I) दर्शाइए कि $(x^2 - y^2)\, dx + 2xy\, dy = 0$ एक $\frac{dy}{dx} = g\left(\frac{y}{x}\right)$ प्रकार की समघातीय अवकल समीकरण है ।

(II) उपरोक्त अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए ।

Case Study-III

38. An equation involving derivatives of the dependent variable with respect to the independent variables is called a differential equation. A differential equation of the form $\frac{dy}{dx} = F(x, y)$ is said to be homogeneous if F(x, y) is a homogeneous function of degree zero, whereas a function F(x, y) is a homogenous function of degree n if $F(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n F(x, y)$. To solve a homogeneous differential equation of the type $\frac{dy}{dx} = F(x, y) = g\left(\frac{y}{x}\right)$, we make the substitution $y = vx$ and then separate the variables.

Based on the above, answer the following questions :

(I) Show that $(x^2 - y^2)\, dx + 2xy\, dy = 0$ is a differential equation of the type $\frac{dy}{dx} = g\left(\frac{y}{x}\right)$.

(II) Solve the above equation to find its general solution.